



«Այբ» ավագ դպրոց

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Քննաշրջան՝ 2020 թ., ապրիլ
Տևողություն՝ 1 ժամ 30 րոպե

«Այբ» ավագ դպրոց

ԳՃԱԿՈՐ

ՈՒՇԱԴԻՐ ԿԱՐԴԱԼ ԱՅՍ ՈՒՂԵՑՈՒՅՑԸ

Բոլոր պատասխանները գրել այս քննաթերթիկի մեջ՝ համապատասխան տեղերում:

Գրել մուգ կապույտ կամ սև գրիչով:

Պետք է պատասխանել **բոլոր** հարցերին:

Էլեկտրոնային հաշվիչ չի կարելի գործածել:

Քննության վերջում բոլոր թղթերը հավաքել և հանձնել մեկ տրցակով:

Քննաթերթիկը բաղկացած է երկու մասից՝

Ա - Ընտրովի պատասխանով հարցեր

Բ - Խնդիրներ և վարժություններ:

Յուրաքանչյուր հարցի հնարավոր առավելագույն միավորը նշված է հարցի վերջում՝ աջ կողմում, փակագծի մեջ:

Հարցերի միավորների ընդհանուր քանակը **64** է:

1. Գրատախտակին գրված է մի քանի հաջորդական բնական թիվ՝ 1-ից սկսած. 1, 2, 3, ... : Քանի՞ թիվ է գրված գրատախտակին, եթե այդ թվերի 40%-ը գույգ է:

Լուծում՝ $40\% = \frac{2}{5}$ գույգ թիվ, $60\% = \frac{3}{5}$ կենս թիվ, հետևաբար կա 5 թիվ:

Պատ՝ 5 (B)

2. Գտնել $\begin{cases} x^2 \leq 9 \\ \sqrt{x} \leq 2 \end{cases}$ համախմբին բավարարող բնական թվերի քանակը:

Լուծում՝

$$\begin{cases} x^2 \leq 9 \\ \sqrt{x} \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4 \Rightarrow x = 1, 2, 3, 4$$

Պատ՝ 4 (A)

3. a -ի ինչպիսի՞ արժեքների դեպքում $|x| - 2 = 1 - a$ հավասարումն ունի երկու արմատ:

Լուծում՝ $|x| - 2 = 1 - a \Leftrightarrow |x| = 3 - a$

Երկու արմատ ունենալու պայման $3 - a > 0 \Leftrightarrow a < 3$

Պատ՝ $a < 3$ (C)

4. Լաստը A նավամատույցից B նավամատույց հասնում է 40 ժամում, իսկ նավակը՝ 4 ժամում: Քանի՞ ժամում նավակը կանցնի B-ից A:

Լուծում՝

Լաստի արագությունը $\frac{AB}{40}$, նավակի արագությունը $\frac{AB}{4}$

Նավակի արագությունը հոսանքին հակառակ՝ $\frac{AB}{4} - \frac{2AB}{40} = \frac{AB}{5} \Rightarrow 5$ ժամում

Պատ՝ 5 (A)

5. Հաշվել արտահայտության արժեքը.

$$\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2$$

Լուծում՝

$$\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2 = 3-\sqrt{5}+2\sqrt{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}+3+\sqrt{5} = 6+2\sqrt{9-5} = 6+4 = 10$$

Պատ՝ 10

6. Պարզեցնել արտահայտությունը.

$$\frac{3}{x-2} - \frac{x+2}{x^2-2x+1} \cdot \frac{3x-3}{x^2-4}$$

Լուծում՝

$$\begin{aligned} \frac{3}{x-2} - \frac{x+2}{x^2-2x+1} \cdot \frac{3x-3}{x^2-4} &= \frac{3}{x-2} - \frac{x+2}{(x-1)^2} \cdot \frac{3(x-1)}{(x+2)(x-2)} = \frac{3}{x-2} - \frac{1}{(x-1)} \cdot \frac{3}{(x-2)} = \\ &= \frac{3x-3-3}{(x-1)(x-2)} = \frac{3(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \frac{3}{(x-1)} \end{aligned}$$

Պատ՝ $\frac{3}{(x-1)}$

7. Գտնել ֆունկցիայի որոշման տիրույթը. $y = \sqrt{3x-x^2}$

Լուծում՝

Արմատի գոյության պայման $3x-x^2 \geq 0$

$$x(3-x) \geq 0 \text{ կամ } x(x-3) \leq 0 \Rightarrow x \in [0,3]$$

Պատ՝ $[0,3]$

8. Լուծել հավասարումների համակարգը.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ x^2 - 2y = 41 \end{cases}$$

Լուծում՝

I եղանակ

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ x^2 - 2y = 41 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 - x \\ x^2 + 6 + 2x = 41 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + 2x - 35 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -8 \\ x = 5 \end{cases} \text{ կամ } \begin{cases} y = 4 \\ x = -7 \end{cases}$$

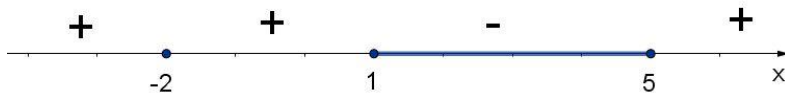
II եղանակ

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ x^2 - 2y = 41 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = -6 \\ x^2 - 2y = 41 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + 2x - 35 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -8 \\ x = 5 \end{cases} \text{ կամ } \begin{cases} y = 4 \\ x = -7 \end{cases}$$

Պատ՝ $(5, -8), (-7, 4)$

9. Լուծել անհավասարումը. $(x-1)(x+2)^2(x-5) \leq 0$

Լուծում՝



Պատ՝ $x \in \{-2\} \cup [1, 5]$

10. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումն արմատներ չունի:

$$x^2 + (4a+1)x + a^2 + 2 = 0$$

Լուծում՝

Քառակուսային եռանդամի արմատ չունենալու պայման՝ $D < 0$

$$D = (4a+1)^2 - 4(a^2 + 2) = 16a^2 + 8a + 1 - 4a^2 - 8 = 12a^2 + 8a - 7 =$$

$$12a^2 + 8a - 7 = 12\left(a + \frac{7}{6}\right)\left(a - \frac{1}{2}\right) < 0 \Leftrightarrow a \in \left(-\frac{7}{6}, \frac{1}{2}\right)$$

Պատ՝ $a \in \left(-\frac{7}{6}, \frac{1}{2}\right)$

11. Հայտնի է, որ x_1 -ը և x_2 -ը $3x^2 + 10x - 9 = 0$ հավասարման արմատներն են: Առանց հավասարումը լուծելու՝ գտնել $3x_1x_2^3 + 3x_1^3x_2$ արտահայտության արժեքը:

Լուծում՝

$$\text{Վիետի թեորեմ} \begin{cases} x_1x_2 = -3 \\ x_1 + x_2 = -\frac{10}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Տեղադրենք՝ } 3x_1x_2^3 + 3x_1^3x_2 &= 3x_1x_2(x_1^2 + x_2^2) = 3x_1x_2((x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2) = \\ &= 3 \cdot (-3) \left(\left(-\frac{10}{3} \right)^2 - 2(-3) \right) = -154 \end{aligned}$$

Պատ՝ -154

12. Ավագանին միացված են երեք լցնող խողովակներ: Առաջին խողովակով ավագանը լցվում է 8 ժամում, երկրորդ խողովակով՝ 12 ժամում, իսկ երրորդ խողովակով՝ 24 ժամում: Առաջին խողովակը բացել են 2 ժամ և փակել են: Այնուհետև բացել են երկրորդ և երրորդ խողովակները միասին: Երկրորդ և երրորդ խողովակները բացելուց որքա՞ն ժամանակ անց ավագանի 75%-ը կլնի լցված ջրով:

Լուծում՝

Երկրորդ և երրորդ խողովակները բացելու ժամանակը նշանակենք x ժամ:

$$\frac{2}{8} + \frac{x}{12} + \frac{x}{24} = \frac{75}{100} \Leftrightarrow \frac{x}{8} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 4$$

Պատ՝ 4 ժամում

13. 300 կգ 36% պղինձ պարունակող պղնձի և ցինկի համաձուլվածքից կտրեցին մի կտոր և փոխարենը խառնեցին նույնքան մաքուր ցինկ: Արդյունքում ստացվեց 30% պղինձ պարունակող համաձուլվածք: Գտնել վերցրած կտորի զանգվածը:

Լուծում՝

Կտրված կտորի զանգվածը նշանակենք x կգ:

$$\frac{300 \cdot 36}{100} - \frac{x \cdot 36}{100} = \frac{300 \cdot 30}{100} \Leftrightarrow 36x = 1800 \Leftrightarrow x = 50 \text{ կգ}$$

Պատ՝ 50 կգ

14. Ավտոբոսն ուղևորվեց Գյումրից դեպի Ստեփանակերտ որոշակի արագությամբ: Վերադարձին ավտոբոսը 2 ժամ գնաց նույն արագությամբ, այնուհետև արագությունը մեծացրեց 10 կմ/ժ-ով և հասավ Գյումրի՝ հետադարձի վրա ծախսելով 1 ժամով ավելի քիչ ժամանակ, քան դեպի Ստեփանակերտ գնալիս: Որքա՞ն ժամանակ ծախսեց ավտոբոսը գնալու ճանապարհին, եթե հայտնի է, որ Գյումրի- Ստեփանակերտ ճանապարհի երկարությունը 400 կմ է:

Լուծում՝

Ավտոբոսի սկզբնական արագությունը նշանակենք x կմ/ժ:

Գյումրի- Ստեփանակերտ ժամանակը՝ $\frac{400}{x}$ ժամ

Ստեփանակերտ- Գյումրի ժամանակը՝ $2 + \frac{400 - 2x}{x + 10}$ ժամ

$$\frac{400}{x} = 2 + \frac{400 - 2x}{x + 10} + 1 \Leftrightarrow x^2 + 30x - 4000 = 0 \Rightarrow x = 50 \text{ կմ/ժ}$$

$$\frac{400}{50} = 8 \text{ ժամ}$$

Պատ՝ 8 ժամ

15. AD -ն ABC բութանկյուն ($\angle B > 90^\circ$) եռանկյան կիսորդն է, իսկ DH -ը՝ ADC եռանկյան բարձրությունը: Գտնել ABC անկյունը, եթե $DH = 6$ սմ, $BD = 12$ սմ:

Լուծում՝

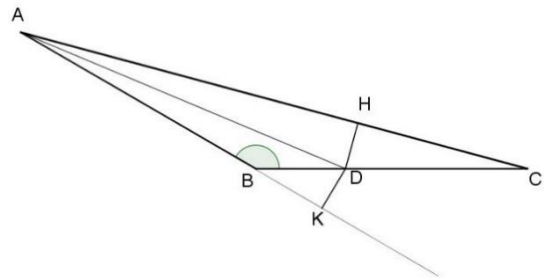
Տանենք $DK \perp AB$

AD -ն կիսորդ $\Rightarrow DK = DH = 6$ սմ

Դիտարկենք՝ $\triangle BKD$

$$\angle DKB = 90^\circ, KD = 6, BD = 12 \Rightarrow \angle DBK = 30^\circ \Rightarrow \angle ABC = 150^\circ$$

Պատ՝ 150°

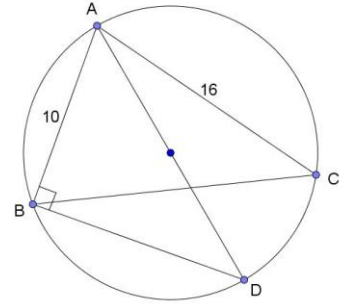


16. AD տրամագծով շրջանագծին ներգծված է ABC եռանկյունը, ընդ որում, $AB = 10$ սմ, $AC = 16$ սմ և $\angle BAC = 60^\circ$:

(ա) Գտնել BC կողմի երկարությունը:

(բ) Գտնել ABD անկյան աստիճանային չափը:

(գ) Գտնել BD հատվածի երկարությունը:



Լուծում՝

(ա) Կիրառենք կոսինուսների թեորեմը $\triangle ABC$ -ում

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = 16^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2} = 14$$

(բ) AD տրամագիծ $\Rightarrow \angle ABD = 90^\circ$

(գ) Կիրառենք սինուսների թեորեմը $\triangle ABC$ -ում $\Rightarrow \frac{14}{\sin 60^\circ} = 2R$

$$\Rightarrow AD = 2R = \frac{28}{\sqrt{3}}$$

Կիրառենք Պյութագորասի թեորեմը $\triangle ABD$ -ում

$$BD^2 = AD^2 - AB^2$$

$$BD = \sqrt{\frac{28^2}{3} - 10^2} = \sqrt{\frac{484}{3}} = \frac{22}{\sqrt{3}} = \frac{22\sqrt{3}}{3}$$

Պատ՝ 14, 90° , $\frac{22\sqrt{3}}{3}$