



«Այբ» ավագ դպրոց

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Քննաշրջան՝ 2019 թ., ապրիլ
Տևողություն՝ 1 ժամ 30 րոպե

«Այբ» ավագ դպրոց

ԳՇԱԿՈՐ

ՈՒՇԱԴԻՐ ԿԱՐԴԱԼ ԱՅՍ ՈՒՂԵՑՈՒՅՑԸ

Բոլոր պատասխանները գրել այս քննաթերթիկի մեջ՝ համապատասխան տեղերում:

Գրել մուգ կապույտ կամ սև գրիչով:

Պետք է պատասխանել բոլոր հարցերին:

Էլեկտրոնային հաշվիչ չի կարելի գործածել:

Քննության վերջում բոլոր թղթերը հավաքել և հանձնել մեկ տրցակով:

Քննաթերթիկը բաղկացած է երկու մասից՝

Ա - Ընտրովի պատասխանով հարցեր

Բ - հնդիրներ և վարժություններ:

Յուրաքանչյուր հարցի հևարավոր առավելագույն միավորը նշված է հարցի վերջում աջ կողմում, փակագծի մեջ:

Հարցերի միավորների ընդհանուր քանակը **64** է:

Այս փաստաթուղթը բաղկացած է 15 տպագիր էջից:

Մաս Ա – Ընտրովի պատասխաններ

Պատասխանների աղյուսակ

	A	B	C	D
1			X	
2		X		
3			X	
4	X			

Մաս Բ – Խնդիրներ և վարժություններ

Խնդիր 5

Տրված է $5x^2 + 2x - 10 = 0$ քառակուսի հավասարումը՝ x_1, x_2 արմատներով: Գտնել $x_1x_2^2 + x_1^2x_2$ արտահայտության արժեքը:

Լուծում

Տրված արտահայտությունը վերլուծելք արտադրիչների՝ $x_1x_2^2 + x_1^2x_2 = x_1x_2(x_1 + x_2)$

Համաձայն Վիետի թեորեմի՝

$$\begin{cases} x_1x_2 = -\frac{10}{5} \\ x_1 + x_2 = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

Տեղադրելով նախորդ արտահայտության մեջ՝ կստանանք.

$$x_1x_2(x_1 + x_2) = -\frac{10}{5} * \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{4}{5} \text{ կամ } 0,8$$

Պատասխան՝ $\frac{4}{5}$ կամ 0,8

Խնդիր 6

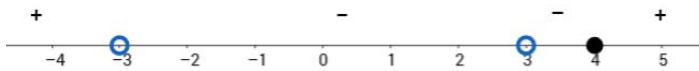
Լուծել անհավասարումը. $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9} \leq 0$

Լուծում

Կոտորակի համարիչն ու հայտարարը վերլուծելով արտադրիչների՝ կստանանք.

$$\frac{(x-3)(x-4)}{(x-3)(x+3)} \leq 0$$

Կոորդինատային առանցքի վրա նշենք համարիչի ու հայտարարի 0-ները և միջակայքերի մեթոդով որոշենք արտահայտության նշանը բոլոր միջակայքերում:



Քանի որ մեզանից պահանջվում է գտնել այն լուծումները, որոնց համար $\frac{(x-3)(x-4)}{(x-3)(x+3)}$

արտահայտության արժեքը 0-ից փոքր կամ հավասար է, կստանանք՝

$$x \in (-3, 3) \cup (3, 4]$$

Պատասխան՝ $x \in (-3, 3) \cup (3, 4]$

Խնդիր 7

Տրվա ծ է $\{a_n\}$ թվաբանական պրոգրեսիան: Գտնել S_6 -ը, եթե $a_3 = 10$, $a_8 = 20$

Լուծում

Պրոգրեսիայի ընդհանուր անդամի բանաձևն օգտագործելով՝ կստանանք հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2d \\ a_8 = a_1 + 7d \end{cases}$$

Լուծելով համակարգը՝ կստանաք.

$$\begin{cases} 5d = 10 \\ a_1 = a_3 - 2d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 2 \\ a_1 = 6 \end{cases}$$

Օգտագործելով թվաբանական պրոգրեսիայի գումարի բանաձը և տեղադրելով ստացված արժեքները՝ կստանանք.

$$S_6 = \frac{2a_1 + 5d}{2} \cdot 6 \Rightarrow S_6 = 66$$

Պատասխան՝ $S_6 = 66$

Խնդիր 8

Գտնել $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 5x + 4}$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը

Լուծում

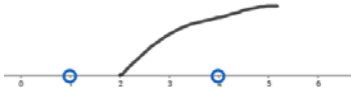
Որոշման տիրույթը գտնելու համար որոշենք ֆունկցիայի մեջ մտնող արտահայտությունների թույլատրելի արժեքների բազմությունը: Այս դեպքում, արմատատակ արտահայտությունը ոչ բացասական պիտի լինի, իսկ հայտարարը հավասար չէ 0-ի.

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x^2 - 5x + 4 \neq 0 \end{cases}$$

Լուծելով համակարգը՝ կստանանք.

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq 4 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Նշենք այս արժեքները կոորդինատային առանցքի վրա



Կստանանք լուծումը. $x \in [2; 4) \cup (4; +\infty)$

Պատասխան՝ $x \in [2; 4) \cup (4; +\infty)$

Խնդիր 9

Պարզեցնել արտահայտությունը և ցույց տալ, որ արտահայտության արժեքը x -ից անկախ է.

$$\left(\frac{x}{x^2-4} - \frac{8}{x^2+2x} \right) \frac{x^2-2x}{4-x} + \frac{3x}{x+2}$$

Լուծում

Օգտագործելով կրճատ բազմապատկման բանաձևերը՝ համարիչներն ու հայտարարները վերլուծենք արտադրիչների.

$$\left(\frac{x}{(x-2)(x+2)} - \frac{8}{x(x+2)} \right) \frac{x(x-2)}{4-x} + \frac{3x}{x+2}$$

Պարզեցնելով փակագծի արտահայտությունը՝ կստանանք.

$$\frac{x^2-8(x-2)}{x(x-2)(x+2)} * \frac{x(x-2)}{4-x} + \frac{3x}{x+2} = \frac{x^2-8x+16}{x(x-2)(x+2)} * \frac{x(x-2)}{4-x} + \frac{3x}{x+2}$$

Կիրառենք երկանդամի քառակուսու բանաձևը և կատարենք համապատասխան կրճատումներ՝

$$\frac{(x-4)^2}{x(x-2)(x+2)} * \frac{x(x-2)}{4-x} + \frac{3x}{x+2} = \frac{(4-x)^2}{x(x-2)(x+2)} * \frac{x(x-2)}{4-x} + \frac{3x}{x+2} = \frac{4-x}{x+2} + \frac{3x}{x+2} = \frac{2x+4}{x+2} = 2$$

Պատասխան՝ 2

Խնդիր 10

Մոտորանավակը երկու նավամատույցների միջև եղած հեռավորությունը գետի հոսանքով գնաց և վերադարձավ 7 ժամում: Գտեք նավակի սեփական արագությունը, եթե նավամատույցների միջև հեռավորությունը 48 կմ է, իսկ գետի հոսանքի արագությունը՝ 2 կմ/ժ:

Լուծում

Ենթ. նավակի սեփական արագությունը x կմ/ժ է, ապա նավակի արագությունը հոսանքի ուղղությամբ կլինի՝ $x+2$, իսկ հոսանքին հակառակ՝ $x-2$ կմ/ժ: Հետևաբար 48 կմ-ը հոսանքի ուղղությամբ կանցնի $\frac{48}{x+2}$, իսկ և հոսանքին հակառակ $\frac{48}{x-2}$ ժամում: Արդյունքում կստանանք.

$$\frac{48}{x+2} + \frac{48}{x-2} = 7$$

Ընդհանուր հայտարարի բերելով ստացված հավասարումը՝ կստանանք.

$$48x - 96 + 48x + 96 = 7(x^2 - 4)$$

$$7x^2 - 96x - 28 = 0$$

Հաշվելով դիսկրիմինանտը, կստանանք $x = 14$ կմ/ժ

Պատասխան՝ 14 կմ/ժ

Խնդիր 11

Գտնել անհավասարման լուծումների բազմությունը. $||2x - 5| - 9| \leq 8$

Լուծում

Մոդուլի սահմանումը կիրառելով՝ կստանանք.

$$-8 \leq |2x - 5| - 9 \leq 8$$

$$1 \leq |2x - 5| \leq 17$$

Կրկին անգամ կիրառելով Մոդուլի սահմանումը՝ կստանանք հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases} 1 \leq 2x - 5 \leq 17 \\ -17 \leq 2x - 5 \leq -1 \end{cases}$$

լուծենք ստացված համակարգը

$$\begin{cases} 6 \leq 2x \leq 22 \\ -12 \leq 2x \leq 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 3 \leq x \leq 11 \\ -6 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

կստանանք. $x \in [-6; 2] \cup [3; 11]$

Պատասխան՝ $x \in [-6; 2] \cup [3; 11]$

Խնդիր 12

Երկու բանվոր, համատեղ աշխատելով, ամբողջ աշխատանքն ավարտեցին 4 օրում: Եթե առաջին բանվորն աշխատեր 2 անգամ արագ, իսկ երկրորդը՝ 2 անգամ դանդաղ, ապա ամբողջ աշխատանքը կկատարեին 3 օրում: Քանի օրում կարող է այդ ամբողջ աշխատանքը կատարել երկրորդ բանվորը միայնակ:

Լուծում 1

Ենթ. առաջին բանվորը միայնակ կաշխատի x օր, երկրորդը՝ y օր: Հետևաբար, 1օրում կկատարեն ամբողջ աշխատանքի $\frac{1}{x}$ և $\frac{1}{y}$ մասը: Աշխատելու արագությունը փոխելուց հետո՝

1օրում կկատարեն ամբողջ աշխատանքի $\frac{1}{x} = \frac{2}{x}$ և $\frac{1}{2y}$ մասը համապատասխանաբար:

Հետևաբար, միասին աշխատելով, կստանանք հետևյալ համակարգը

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Լուծելով համակարգը՝ կստանաք.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{y} \\ 2\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{y}\right) + \frac{1}{2y} = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{y} \\ -\frac{3}{2y} = -\frac{1}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{5}{36} \\ y = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{36}{5} \\ y = 9 \end{cases}$$

Պատասխան՝ 9 օրում

Լուծում 2

Ենթ. առաջին բանվորի արտադրողականությունը՝ մեկ օրում կատարած աշխատանքը, x է, երկրորդինը՝ y : Աշխատելու արագությունը փոխելուց հետո 1օրում կկատարեն $2x$ և $\frac{y}{2} = 0.5y$

մասը համապատասխանաբար: Հետևաբար, միասին աշխատելով՝ կստանանք հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases} 4x + 4y = 1 \\ 3(2x + 0.5y) = 1 \end{cases}$$

Լուծելով համակարգը՝ կստանանք.

$$\begin{cases} 4x+4y=1 \\ 6x+1.5y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x+6y=1.5 \\ 6x+1.5y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4.5y=0.5 \\ 6x+1.5y=1 \end{cases} \Rightarrow y=\frac{1}{9}$$

Քանի որ մեկ օրում կատարում է աշխատանքի y մասը, հետևաբար ամբողջը կանի $\frac{1}{y}=9$

օրում:

Պատասխան՝ 9 օրում

Խնդիր 13

Եթե տրված երկնիշ թիվը մեծացնենք 20%-ով, ապա կստանանք նույն թվանշաններով, բայց հակառակ գրված երկնիշ թիվ: Գտեք սկզբնական երկնիշ թիվը:

Լուծում

Ենթադրենք ունենք x, y բնական թվերը \overline{xy} երկնիշ թվում: Հետևաբար, $\overline{xy} = 10x + y$:

Խնդրի պայմանը գրենք հետևյալ հավասարման տեսքով. $\overline{xy} + 0.2 * \overline{xy} = \overline{yx}$

Կստանանք $10x + y + 0.2 * (10x + y) = 10y + x$

Թվանշանները մեկը մյուսով արտահայտելով՝ կստանանք

$$x = 0.8y$$

Քանի որ $x, y < 10$ բնական թվեր են, ապա միակ լուծումը կլինի $\begin{cases} y = 5 \\ x = 4 \end{cases}$

Հետևաբար, պահանջվող երկնիշ թիվը՝ $\overline{xy} = 45$

Պատասխան՝ 45

Խնդիր 14

Տրված է $A(-3; 2), B(1; 0), C(-1; -5)$ գագաթներով եռանկյունը, որի միջնագծերի հատման կետը O -ն է : Գտնել CO հատվածի երկարությունը:

Լուծում

AB -ի միջնակետը նշանակենք D -ով, միջնագծերի հատման կետը O -ով:

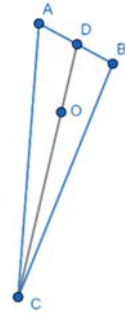
D կետի կոորդինատները կլինեն՝ $\frac{-3+1}{2} = -1$ և $\frac{2+0}{2} = 1$, այսինքն՝ $D(-1, 1)$:

Միացնենք C և D կետերը և հաշվենք CD միջնագծի երկարությունը:

$$CD = \sqrt{(-1+1)^2 + (-5-1)^2} = 6$$

Ըստ միջնագծերի հատման հատկության, $CO : OD = 2 : 1$ կստանանք, որ

$$CO = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$$



Խնդիր 15

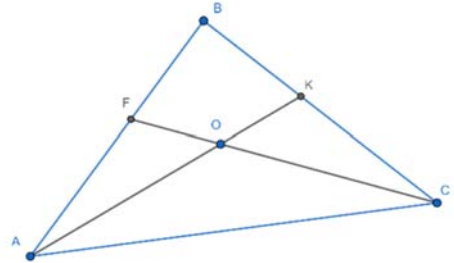
Տրված է $\triangle ABC$ այնպես, որ $AB = 5$; $AC = 7$; $BC = 9$: Տարված են AK և CF կիսորդները: Գտնել $AO:OK$ հարաբերությունը, որտեղ O – ն կիսորդների հատման կետն է:

Լուծում

Կիրառենք կիսորդի հատկությունը

$$AB:AC = BK:KC = 5:7 \Rightarrow BK = \frac{5 \cdot KC}{7} \Rightarrow$$

$$KC = \frac{21}{4}$$



Նորից կիրառենք կիսորդի հատկությունը՝ դիտարկելով $\triangle AKC$:

$$AO:OK = AC:CK = 7:\frac{21}{4} = 4:3$$

Պատասխան՝ $4/3$

Խնդիր 16

Տրված է $\triangle ABC$ այնպես, որ $\angle A = 45^\circ$ և $BC = 7$: Տարված են BB_1 և CC_1 բարձրությունները:

ա) Ցույց տալ, որ $\triangle AC_1B_1$ և $\triangle ABC$ եռանկյունները նման են: Գտնել նմանության գործակիցը:

բ) Գտնել B_1C_1 հատվածի երկարությունը:

ա) Լուծում

Դիտարկենք $\triangle ACC_1$ և $\triangle ABB_1$. $\angle ACC_1 = 45^\circ, \angle ABB_1 = 45^\circ$

Քանի որ $\angle ACC_1 = 45^\circ, \angle BAC = 45^\circ \Rightarrow AC_1 = CC_1 \Rightarrow$

Ըստ Պյութագորասի թեորեմի՝ $AC = AC_1\sqrt{2}$

Ըստ եռանկյունների նմանության II հայտանիշի՝

$\triangle AB_1C_1$ նման է $\triangle ABC \Rightarrow$

$$\frac{AC_1}{AC} = \frac{AB_1}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

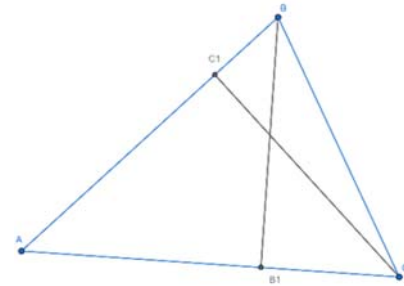
Պատասխան $\frac{\sqrt{2}}{2}$

բ) Լուծում

Քանի որ $\triangle AB_1C_1$ նման է $\triangle ABC$ և ինչպես տեսանք նախորդ մասում, $\frac{AC_1}{AC} = \frac{AB_1}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

$$B_1C_1 = BC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3.5\sqrt{2}$$

Պատասխան՝ $3.5\sqrt{2}$



Օգտագործված մասնագիտական բառերի բառարան		
Հայերեն	Ռուսերեն	Անգլերեն
ամբողջ թիվ	целое число	integer
անկյան կիսորդ	биссектриса	bisector
անհավասարում	неравенство	inequality
արմատ	корень	root
բարձրություն	высота	altitude/height
եռանդամ	трехчлен	trinomial
եռանկյան կողմ	сторона треугольника	side of a triangle
երկարություն	длина	length
գուլգահեռ	параллельно	parallel
թվաբանական պրոգրեսիա	арифметическая прогрессия	arithmetic progression
հավասարում	уравнение	equation
հավասարումների համակարգ	система уравнений	system of equations
հիմք	основание	base
մակերես	площадь	area
միջնագիծ	медиана	median
որոշման տիրույթ	область определения	domain
ուղղանկյուն	прямоугольник	rectangle
պարագիծ	периметр	perimeter
պարզեցնել	упростить	simplify
սեղան	трапеция	trapezium
վերլուծել արտադրիչների	разложить на множители	factorise
փոքրագույն արժեք	наименьшее значение	smallest value